

50 años del modelo de Solow: una aplicación para la CAPV, Navarra y España*



Iñaki Eraisquin Iurrita
Profesor de la ESTE

Abstract: Este artículo ofrece una breve aplicación del modelo del crecimiento de Solow, el de contabilidad del crecimiento para la Comunidad Autónoma del País Vasco, Navarra y España durante 1986-2004. Previamente ofrece una breve panorámica sobre el modelo de crecimiento de Solow, después de que han transcurrido más de 50 años desde que fue publicado.

Palabras clave: Crecimiento económico, modelo de crecimiento de Solow, contabilidad del crecimiento.

Title: 50 years of Solow's growth model: an application for the autonomous community of the Basque Country, Navarre and Spain.

Abstract: This paper shows a brief application based on Solow's growth model, a growth accounting exercise for the Basque Country, Navarre, and Spain during 1986-2004. Previously it offers a brief overview on Solow's growth model, after more than 50 years since it was published.

Keywords: Economic growth, Solow's growth model, growth accounting.

* Quiero dar las gracias a la Diputación Foral de Gipuzkoa (Departamento para la Innovación y la Sociedad del Conocimiento, a través de la Red Gipuzkoana de la Ciencia y Tecnología), al Instituto Vasco de Competitividad, y al Gobierno Vasco (a través de la Convocatoria de Ayudas para apoyar las actividades de los grupos de investigación del sistema universitario vasco), por la financiación recibida para la realización del trabajo en el que se basa este artículo. Los errores y omisiones de este artículo son responsabilidad exclusiva del autor.

¿Por qué unos países crecen más que otros?

Esta ha sido una pregunta recurrente entre los economistas, al menos desde que Adam Smith publicó su impresionante obra *Una investigación sobre la naturaleza y las causas de la riqueza de las naciones* allá por 1776. Ha llovido mucho desde entonces.

El modelo estándar que hoy más se usa y se enseña en las aulas para explicar el crecimiento económico es el de Robert M. Solow (1956)¹, que obtuvo el premio Nobel de Economía en 1987 por "sus contribuciones a la teoría del crecimiento económico"², y Trevor W. Swan (1956). De ahí que se conozca como el modelo de Solow-Swan o, simplemente, modelo de Solow, por ser el de éste más general que el de Swan. Antes de Solow, el paradigma dominante (el modelo de Harrod-Domar) señalaba que la acumulación de capital físico era la fuerza propulsora del crecimiento económico. En cambio, Solow mostró que es el progreso tecnológico el principal impulsor del crecimiento. Dentro de la complejidad que contienen en general los modelos de crecimiento económico, se trata de un modelo relativamente sencillo.

Tras más de 50 años desde su publicación, este artículo muestra una de las principales aplicaciones del modelo de crecimiento de Solow, el de la contabilidad del crecimiento, que cuantifica cuáles son las fuentes del crecimiento económico, utilizándola para la Comunidad Autónoma del País Vasco, Navarra y España durante el período reciente 1986-2004. Previamente se realiza un breve recorrido sobre el contenido básico del modelo del crecimiento.

El modelo de crecimiento económico de Solow

El modelo de Solow parte de una función de producción neoclásica estándar:

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t), \quad (1)$$

donde Y denota la producción, K el stock de capital, A el nivel de la tecnología (con un progreso técnico aumentador del trabajo o neutral en el sentido de Harrod) o productividad total de los factores (PTF), y L el factor trabajo. El subíndice t se refiere al tiempo.

Son varios los supuestos básicos del modelo de crecimiento:

- La función de producción exhibe rendimientos constantes de escala,
- Productos marginales positivos, pero decrecientes, en cada factor de producción,
- Elasticidad de sustitución suave entre los factores de producción, y
- Las condiciones de Inada: el producto marginal de los factores se acerca a infinito cuando la utilización de los factores tiende a cero y se acerca a cero cuando la utilización tiende a infinito.

Una función de producción que cumple con todas las condiciones anteriores es la ya archiconocida Cobb-Douglas:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha},$$

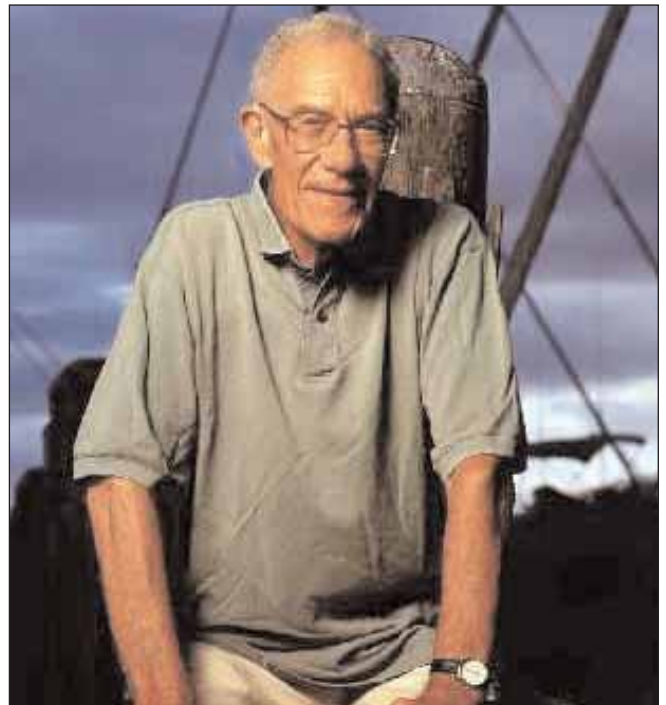
donde α refleja el peso del capital en la producción y $1-\alpha$ el peso de la remuneración del trabajo en la producción³.

Además, el factor trabajo L_t crece a una tasa n y la tecnología A_t a una tasa g .

En una economía cerrada y sin sector público, la producción se destina al consumo o a la inversión. Si la proporción de la producción que se ahorra o invierte es s , y el capital se deprecia a una tasa δ del stock de capital, entonces la variación de la cantidad de capital en el tiempo, \dot{K}_t , que es igual a la inversión menos la depreciación, vendrá dada por

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t. \quad (2)$$

Dado que la economía puede crecer a lo largo del tiempo, suele ser útil centrarse en el valor de las variables por unidad de trabajo efectivo, esto es, en términos intensivos, o, lo que es lo mismo, dividiendo la variable en cues-



Robert M. Solow

tión por $A_t L_t$. Así, por ejemplo, el stock de capital en términos intensivos, k_t , se define como

$$k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}. \quad (3)$$

La ecuación (2), aprovechando ciertas transformaciones basadas en la ecuación (3),⁴ se puede convertir en

$$\dot{k}_t = sy_t - (\delta + n + g)k_t. \quad (4)$$

(4) es la ecuación fundamental de Solow. Su interpretación es bastante sencilla. Señala que la variación del stock de capital por unidad de trabajo efectivo de la economía es igual a la diferencia de dos términos. El primero es la inversión realizada por unidad de trabajo efectivo. El segundo es la inversión de reposición, esto es, el nivel de inversión que se requiere para mantener k constante. Ello es necesario por dos razones, porque el capital se deprecia (término δk_t) y porque la cantidad de trabajo efectivo crece (término $(n+g)k_t$).

Cuando la inversión por unidad de trabajo efectivo es mayor que la inversión de reposición, k aumenta. Si es inferior, k disminuye. Si es igual, k se mantiene constante, y alcanza un estado estacionario en el que todas las variables crecen a una tasa constante. Dado que $k=K/AL$, ello implica que en el estado estacionario el stock de capital y el nivel de producción (que depende, a su vez, del stock

de capital) crecen a una tasa $n+g$, o lo que es lo mismo, el capital por trabajador K/L y la producción por trabajador Y/L crecen a una tasa g .

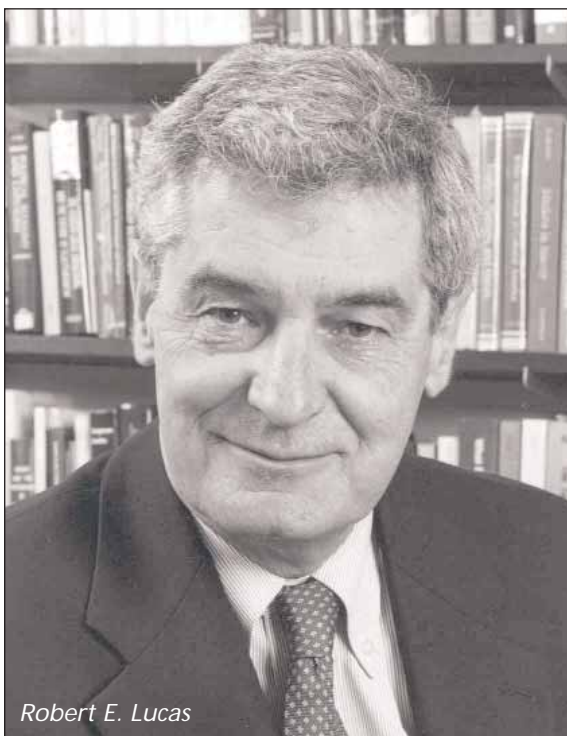
En suma, en el modelo de Solow, la tasa de crecimiento de la producción por trabajador depende única y exclusivamente de la tasa de crecimiento en el nivel de la tecnología. Además, se puede demostrar fácilmente de que, en caso de que el stock de capital k sea distinto del de estado estacionario, acaba **convergiendo** a él⁵. Esta conclusión fundamental supuso un cambio radical sobre el pensamiento de la época, caracterizado por el modelo de Harrod-Domar de naturaleza keynesiana y su énfasis en la inversión en capital físico. De ahí se deriva que de las dos principales fuentes del crecimiento económico, tales como la intensificación del capital y el progreso tecnológico, la verdaderamente importante a largo plazo es la segunda.

Sin embargo, ¿a qué se debe el progreso tecnológico? El modelo de Solow había supuesto que éste venía exógenamente dado, lo cual es claramente poco satisfactorio. La llegada de nuevos modelos de crecimiento [Paul M. Romer (1986), basado en su tesis doctoral de 1983, y el posterior espaldarazo por parte de Robert E. Lucas Jr. (1988), basado en sus *Marshall Lectures* de 1985, y que obtuvo el premio Nobel de Economía en 1995 por “ haber

desarrollado y aplicado la hipótesis de las expectativas racionales, y por tanto haber transformado el análisis macroeconómico y profundizado en nuestra comprensión de la política económica”⁶], en los que el crecimiento económico a largo plazo viene determinado por variables endógenas, en lugar de por variables exógenas, le dio una enorme fuerza a la investigación sobre el crecimiento económico. La propiedad más importante de los modelos de crecimiento endógeno es que no hay rendimientos decrecientes sobre el capital. Sus frutos han sido numerosos⁷.

La contabilidad del crecimiento. Una aplicación al caso de la CAPV, Navarra y España

Una de las principales aplicaciones del modelo de crecimiento económico de Solow ha sido la cuantificación de las fuentes del crecimiento económico a través de la contabilidad del crecimiento (Solow, 1957). Es un método que estudia las causas próximas del crecimiento: descompone la tasa de crecimiento en la producción en la contribución de la tasa de crecimiento de los factores de pro-



Robert E. Lucas



ducción (tales como el trabajo y el capital) más la tasa de crecimiento de la PTF.

Partiendo de los supuestos habituales del modelo, y además, de que los factores están remunerados de acuerdo con su productividad marginal, la ecuación (1) se puede transformar en

$$\Delta \ln A_t = \Delta \ln Y_t - \alpha_t \cdot \Delta \ln L_t - (1 - \alpha_t) \cdot \Delta \ln K_t \quad (5)$$

El término $\Delta \ln A_t$, cuantifica la tasa de crecimiento de la producción, $\Delta \ln Y_t$, que no puede ser atribuida a la tasa de crecimiento de los factores de producción, trabajo, $\Delta \ln L_t$, y capital (incluyendo éste, por ejemplo, las infraestructuras, las tecnologías de la información y comunicación (TIC), etc.), $\Delta \ln K_t$, ponderadas por sus contribuciones a la producción, α_t y $(1 - \alpha_t)$, respectivamente. Dicho término se conoce como “residuo de Solow” y representa aproximadamente el efecto conjunto de múltiples formas de cambio tecnológico. El residuo también fue bautizado como una “medida de nuestra ignorancia” (Abramowitz, 1956). Así, por ejemplo, en el trabajo original de Solow (1957, p. 320) se señalaba que “la producción por hora de trabajo se dobló durante el intervalo [1909-1949], con un 87½ por ciento del aumento atribuible al cambio técnico y el restante 12½ por ciento al aumento en la utilización del capital”. Dado que quedaba casi todo por explicar con la acumulación de los factores de producción, años posteriores se suscitó una encarnizada lucha para analizar el residuo (introducción de la educación, el capital humano, investigación y desarrollo, etc.), lo que dio numerosos y fructíferos resultados⁸.



Erauskin (2008) ha analizado las fuentes del crecimiento económico para la Comunidad Autónoma del País Vasco, Navarra y España durante el período 1986-2004, a través de la contabilidad del crecimiento. Tal como muestra el Cuadro 1, el crecimiento del valor añadido bruto se situó por encima del 3% en Navarra y España, ligeramente mayor que en los Estados Unidos (EE.UU.) y bastante mayor que en la Unión Europea (UE). Mientras, la Comunidad Autónoma del País Vasco (CAPV) creció alrededor un 2,5% (Gipuzkoa alcanzó la mayor tasa de

Cuadro 1. Fuentes del crecimiento de la producción, 1986-2004.

	UE-10	EE.UU.	España	CAPV	Navarra	Araba	Bizkaia	Gipuzkoa
Crecimiento del VAB. (1)	2,21	2,89	3,14	2,50	3,15	2,52	2,36	2,73
Contribución del trabajo. (2)	0,55	1,02	1,48	1,17	1,41	1,17	0,94	1,55
Contribución del capital, Total. (3)=(4)+(7)	1,20	1,18	1,21	0,97	1,34	1,34	0,76	1,07
Contribución del capital, No-TIC. (4)=(5)+(6)	0,76	0,60	0,87	0,66	0,97	0,99	0,48	0,74
Contribución del capital, Infraestructuras. (5)			0,12	0,10	0,09	0,08	0,11	0,10
Contribución del capital, Otros No-TIC. (6)			0,74	0,56	0,88	0,91	0,37	0,64
Contribución del capital, TIC. (7)=(8)+(9)+(10)	0,44	0,58	0,35	0,31	0,36	0,35	0,28	0,33
Contribución del capital, Hardware. (8)			0,18	0,17	0,20	0,20	0,16	0,19
Contribución del capital, Software. (9)			0,08	0,07	0,07	0,06	0,07	0,06
Contribución del capital, Comunicaciones. (10)			0,09	0,07	0,10	0,09	0,06	0,08
Contribución de la PTF. (10)=(1)-(2)-(3)	0,47	0,68	0,44	0,36	0,40	0,02	0,65	0,11

Fuente: Erauskin (2008).

crecimiento y Bizkaia la más baja). El crecimiento del trabajo y del capital fueron claramente los principales motores del crecimiento económico. El crecimiento en la PTF desempeñó un papel residual, especialmente en Gipuzkoa y Araba. Bizkaia logró una tasa de crecimiento de la PTF mayor que otros territorios debido a una contribución del capital atípicamente baja. Por otra parte, capital y trabajo impulsaron el crecimiento de la producción en los EE.UU. y la UE. Además, mientras la UE alcanzó tasas de crecimiento de la PTF similares a otros territorios de España (excepto Gipuzkoa y Araba), los EE.UU. lograron las tasas de crecimiento de la PTF más elevadas, seguidos muy de cerca por Bizkaia. La menor contribución del crecimiento de la PTF contrasta con los resultados de estudios anteriores sobre la CAPV, donde la tasa de crecimiento de la PTF fue, de lejos, la variable fundamental que más empujó el crecimiento.

La contribución de las infraestructuras públicas al VAB fue de alrededor del 0,10%. Además, mientras el capital de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) contribuyó un 0,28% al crecimiento en Bizkaia (siendo la contribución más baja), Navarra logró un 0,36%, y España y Araba, 0,35% (los valores más elevados). La contribución del capital TIC fue ligeramente más baja que en la UE y claramente mucho más baja que en los EE.UU. Merece la pena señalar que incluso la contribución del hardware por sí solo fue mayor que el de las infraestructuras. Sin embargo, otro tipo de capital no-TIC fue el contribuyente principal en el capital total (más del 60%).

En suma, la principal debilidad se halla en el insuficiente crecimiento de la PTF (junto con un reducido crecimiento de la productividad⁹). No obstante, la contribución sostenida del capital (tanto no-TIC como TIC) es una importante fortaleza para lograr mayores tasas mayores de crecimiento.

Con ello se da por finalizado este breve artículo, que ilustra cómo un modelo de crecimiento económico simple puede arrojar conclusiones importantes sobre la compleja realidad económica actual de nuestro entorno más cercano.

Curriculum vitae

- * **Iñaki Erauskin Iurrita.** Doctor en Economía (Mención Europea) por la Universidad del País Vasco. Master of Arts (Econ) in Economics por la Universidad de Manchester. Licenciado en CC.EE. y Empresariales por la ESTE-Universidad de Deusto. Profesor del Departamento de Economía de la ESTE desde 1994.

BIBLIOGRAFIA

- Abramowitz, Moses (1956). "Resource and output trends in the United States since 1870", *American Economic Review*, 46(2): 5-23.
- Aghion, Phillippe, y Peter Howitt (1998). *Endogenous growth theory*. MIT Press, Estados Unidos.
- Baldwin, Richard y Charles Wyplosz (2004). *The economics of European integration. Second edition*. McGraw-Hill, Reino Unido.
- Barro, Robert J. y Xavier Sala i Martín (2004). *Economic growth. Second edition*. McGraw-Hill. Estados Unidos.
- Erauskin, Iñaki (2008). "The sources of economic growth in the Basque Country, Navarre, and Spain during 1986-2004". *Investigaciones Regionales*, nº 12: 35-58.
- Griliches, Zvi (2000). *R&D, education, and productivity. A retrospective*. Harvard University Press, Estados Unidos.
- Robert E. Lucas Jr. (1988). "On the mechanics of economic development", *Journal of Monetary Economics*, 22, 1 (julio):3-42.
- Romer, Paul M. (1986). "Increasing returns and long-run growth", *Journal of Political Economy*, 94(5):1002-1037.
- Sala i Martín, Xavier (2000). *Apuntes sobre crecimiento económico*. Antoni Bosch, Barcelona.
- Solow, Robert M. (1956). "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70, 1 (febrero):65-94.
- Solow, Robert M. (1957). "Technical change and the aggregate production function", *Review of Economics and Statistics*, 39:312-320.
- Swan, Trevor W. (1956). "Economic growth and capital accumulation", *Economic Record*, 32 (noviembre): 334-361.

NOTAS

- 1 Bob Solow, además de por ser muy inteligente, es conocido también por tener un gran sentido del humor. Sirva como ejemplo de ello una ocasión en la que presuntamente debió de decir lo siguiente sobre Milton Friedman: "A Milton todo le recuerda a la oferta de dinero. Bien, a mí todo me recuerda al sexo, pero lo mantengo fuera del artículo" (sacado de Baldwin y Wyplosz, 2004, p. 163).
- 2 Véase http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1987/index.html.
- 3 Una forma alternativa de verlo es considerar el parámetro α como la rapidez con que va disminuyendo la productividad marginal de capital a medida que se acumula más capital. Cuanto mayor sea α , más lentamente disminuye dicha productividad.
- 4 No entro en los detalles de dicha transformación. El lector interesado puede consultarlo en cualquier libro de texto de macroeconomía intermedia. Véase, por ejemplo, Sala i Martín (2000), también.
- 5 La convergencia de la economía hacia su estado estacionario ha sido objeto de exhaustivo análisis, que no se trata en este artículo. Véase Barro y Sala i Martín (2004, Capítulo 11), por ejemplo.
- 6 Véase http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1995/index.html.
- 7 Véase Barro y Sala y Martín (2004) y Aghion y Howitt (1998) para más detalles sobre el desarrollo de modelos de crecimiento endógeno.
- 8 Véase Griliches (2000).