Fundación Caja Duero, Salamanca, Octubre 08

Matemáticas:

¿Ciencia básica o camino al futuro?

Enrique Zuazua
Basque Center for Applied Mathematics (BCAM)
Bilbao
http://www.bcamath.org/zuazua/

1.- Los orígenes de las Matemáticas

2.- La magia de los números

3. Las contradicciones de las Matemáticas

4.- Los porqués y la utilidad de las Matemáticas

5.- Matemáticas en acción: diseño en aeronáutica

6.- Matemáticas y los media

7.- Matemáticas y deporte

8.- Perspectivas

1.- LOS ORÍGENES DE LA MATEMÁTICA

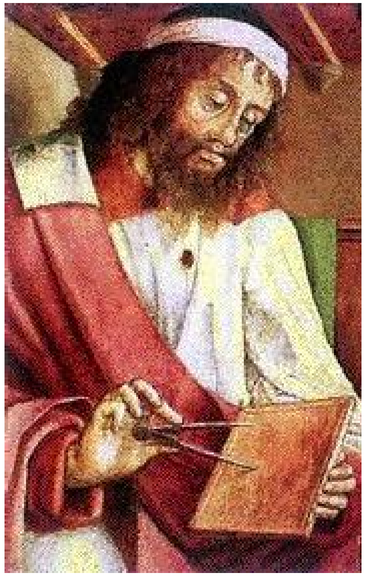
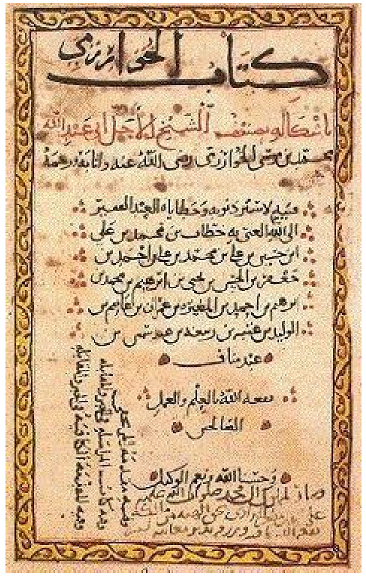
Matemática = lo que se puede aprender

La palabra "matemática" (Griego: $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\acute{\iota}\kappa\alpha$) viene del griego antiguo $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha$ (máthēma), que quiere decir "aprendizaje", "lo que puede ser aprendido", "estudio", "ciencia".

Históricamente, la matemática surgió con el fin de hacer los cálculos en el comercio, para medir la Tierra y para predecir los acontecimientos astronómicos.

Así fue dando lugar a campos tan variados como el Álgebra, la Geometría, el Cálculo Diferencial, las Ecuaciones Diferenciales,...

Civilizaciones como la maya, la babilonia, la árabe contribuyeron, además de la griega, a que la matemática adoptara el sistema decimal que fue dándole la forma que conocemos hoy en nuestra civilización.

Euclides 365 AC - 275 AC; Arquímedes 287 AC - 212; Al-Kitab al-mukhtasar 783 DC.

¿Matemática =característica de lo humano?

Tal vez las matemáticas junto con el lenguaje sean lo que distingue al ser humano entre todos los seres vivos.

Cualquier traza arqueológica o antropológica que ponga de manifiesto la capacidad de contar se identifica con la inteligencia que caracteriza al ser humano.

Cuadriláteros: cueva de las chimeneas (Puente Viesgo, Cantabria)

2.- LA MAGIA DE LOS NÚMEROS

La medida de todas las cosas es el hombre.

Protágoras de Abdera (485 adC-411 adC), era un pensador viajero, celebrado y necesitado allí donde fuera.

Numerología

5

- Somos múltiplos de cinco (dedos de una mano, extremedidades + cabeza;
- Contamos de cinco en cinco
- Las plantas poseen cinco partes (raíz, tronco, hoja, flor y fruto)

- Los cinco sentidos....

- Las cinco mayores religiones (judaísmo, islamismo, cristianismo, hinudismo, budismo,...)

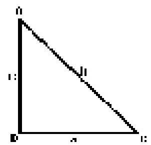
- Los cinco anillos olímpicos...

- El pentragama musical

  Fuerza, decisión, libre albedrío,...

3.- LAS CONTRADICCIONES DE LAS MATEMÁTICAS

La hermandad pitagórica: Pitágoras (582 adC - 507 adC) introdujo los pesos y medidas, y elaboró de la teoría musical y canalizó el fervor religioso en fervor intelectual. Afirmaban que la estructura del universo era aritmética y geométrica, a partir de lo cual las matemáticas se convirtieron en una disciplina fundamental para toda investigación científica. Todo su teoría estaba basada en que la naturaleza podía ser descrita íntegramente mediante números racionales p/q. Cuando descubrieron la existencia de los números irracionales lo mantuvieron en secreto pues su modelo se venía abajo...

$\sqrt{2}$ es irracional, y es la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de lado unidad. 

$\sqrt{2} = r/s$, $2 = r^2/s^2$, $2s^2 = r^2$, y por tanto r^2 es par, y por tanto r es también par (pues el cuadrado de un número impar es impar). Por tanto s tiene que ser impar para que la fracción r/s sea irreducible. Por tanto s^2 es también impar.

Si $r = 2k$, de $2s^2 = r^2$, deducimos que $2s^2 = 4k^2$ y por tanto $s^2 = 4k^2$, de donde se deduce que s^2 es par.

Contradicción!

Ejemplo de demostración por reducción al absurdo.

Leonhard Euler (1707-1783) dió con la ecuaciones que llevan su nombre para el movimiento de los fluidos perfectos, en ausencia de viscosidad:

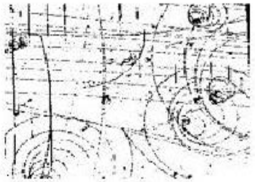
$$u_t + u \cdot \nabla u = \nabla p.$$

Pero D'Alembert observó que según ella los pájaros no podrían volar.

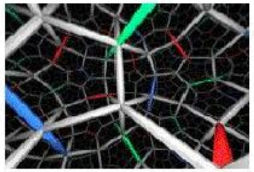
Hubo que esperar a los trabajos de Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) y Sir George Gabriel Stokes (1819-1903) para dar con el modelo completo que incorpora el término de viscosidad:

$$u_t - \nu \Delta u + u \cdot \nabla u = \nabla p.$$

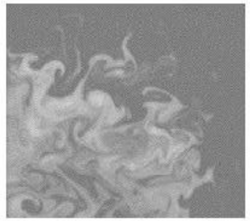
Las propiedades de las soluciones de esta ecuación que describen el comportamiento de fluidos tan importantes como el aire, el agua o la sangre, aún están por entender....



Yang-Mills and Mass Gap



Poincaré Conjecture



Navier-Stokes Equation

Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture

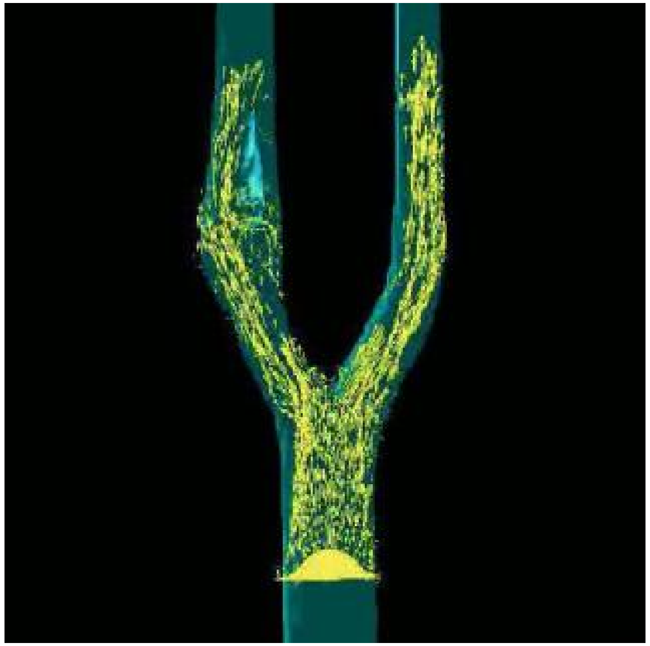
Riemann Hypothesis

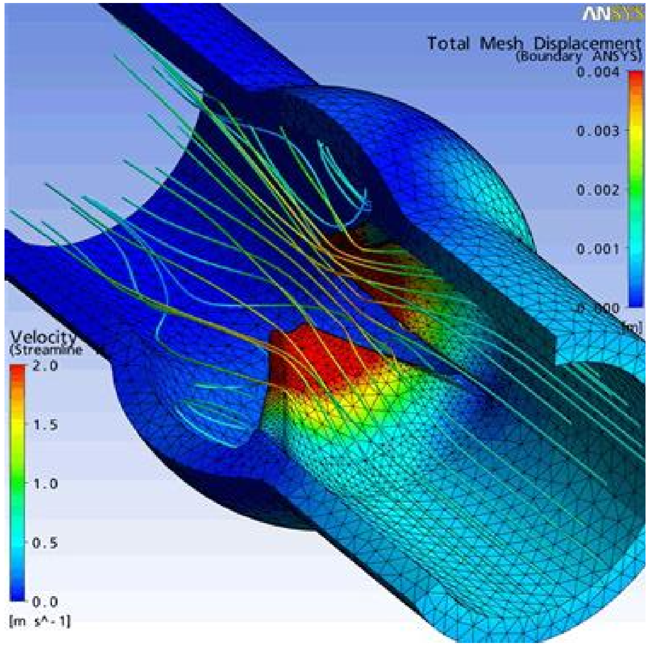
P vs NP Problem

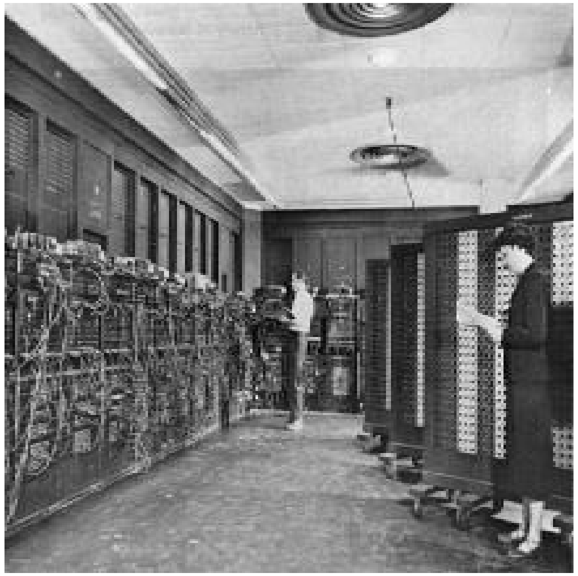
Hodge Conjecture

Los problemas del milenio...

La simulación numérica a través de los cada vez más potentes ordenadores permite seguir adelante...

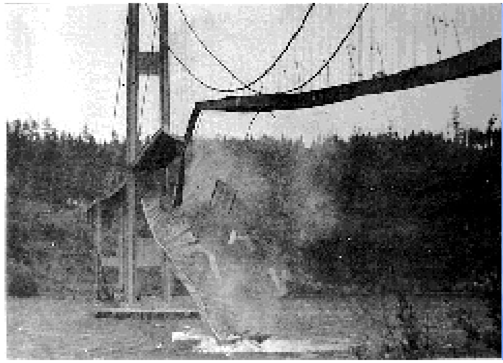


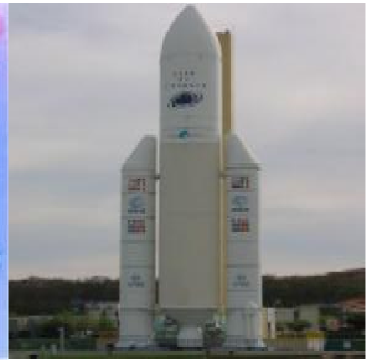


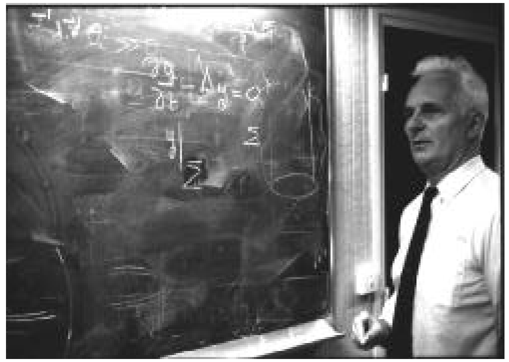


Pascalina, Blaise Pascal, 1645; ENIAC: Electronic Numerical Integrator And Computer, 1946; Macbook Air, 2008.

Todo ha de hacerse con el necesario rigor.







Takoma, Estatu Batuak, 1940; Ariane 5, Ekaina 1996; Jacques-Louis Lions, 1928 - 2001.

4.- LOS PORQUÉS Y LA UTILIDAD DE LA MATEMÁTICAS

¿ TIENEN LAS MATEMÁTICAS ALGUNA UTILIDAD?

¿ SON ALGO MÁS QUE UNA CIENCIA BÁSICA?

¿ JUEGAN Y JUGARÁN ALGÚN PAPEL EN EL DESARROLLO TECNOLÓGICO?

¿ SON UN MERO DIVERTIMENTO PARA VIRTUOSOS?

¿ SON ALGO MÁS QUE UNA HERRAMIENTA DE FILTRADO A LO LARGO DEL CICLO EDUCATIVO ?

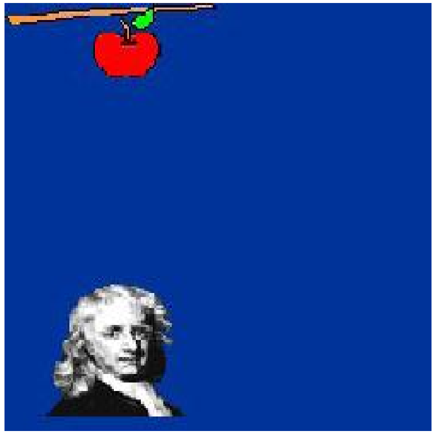
ALGUNAS RESPUESTAS CÉLEBRES....

El universo está escrito en lenguaje matemático.

Galileo Galilei (1564-1642).

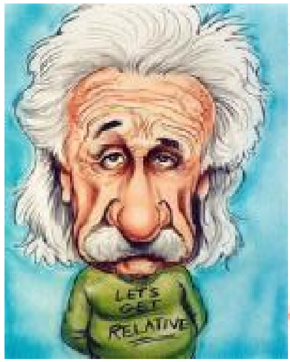
Estableció los fundamentos de la moderna ciencia. Uno de los fundadores de las ciencias experimentales, astronomía,...

La naturaleza es verdaderamente coherente y confortable consigo misma.



Isaac Newton (1642-1727). Matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, que hizo importantes descubrimientos como la ley de la gravedad.

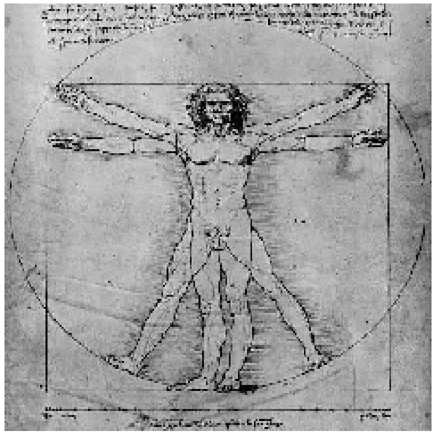
¿Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte tan admirablemente a los objetos de la realidad?



Albert Einstein (1879-1955)

No hay certidumbre allí donde no es posible aplicar ninguna de las ciencias matemáticas ni ninguna de las basadas en las matemáticas.

Leonardo Da Vinci, Vinci (1452) - Cloux (1519)



5.- MATEMÁTICAS EN ACCIÓN:

DISEÑO AERONÁUTICO

Diseño Óptimo en Aeronáutica.

- Objetivo: Modificar la forma de la aeronave para que mejore su rendimiento, seguridad, ligereza, habitabilidad,...

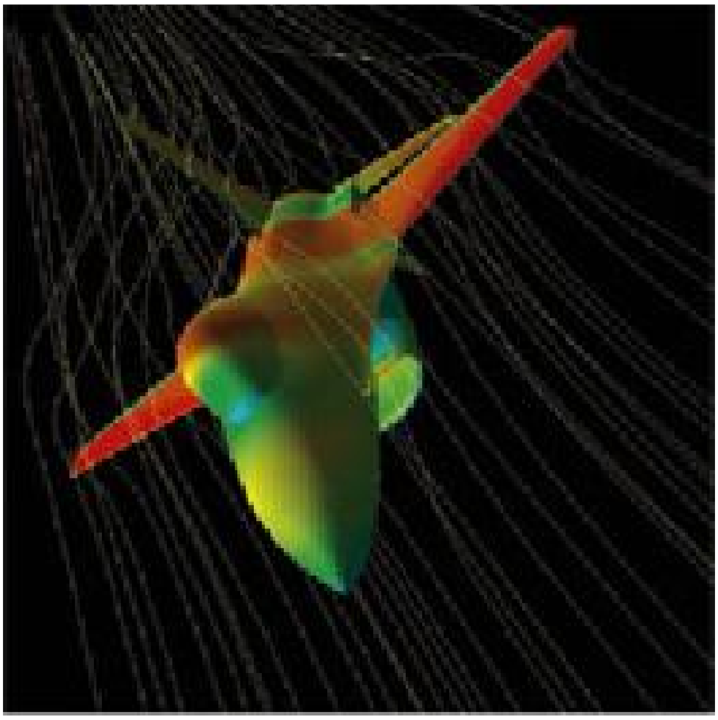
- Punto de vista: El del túnel de viento: La aeronave está fija mientras el aire fluye entorno a ella.

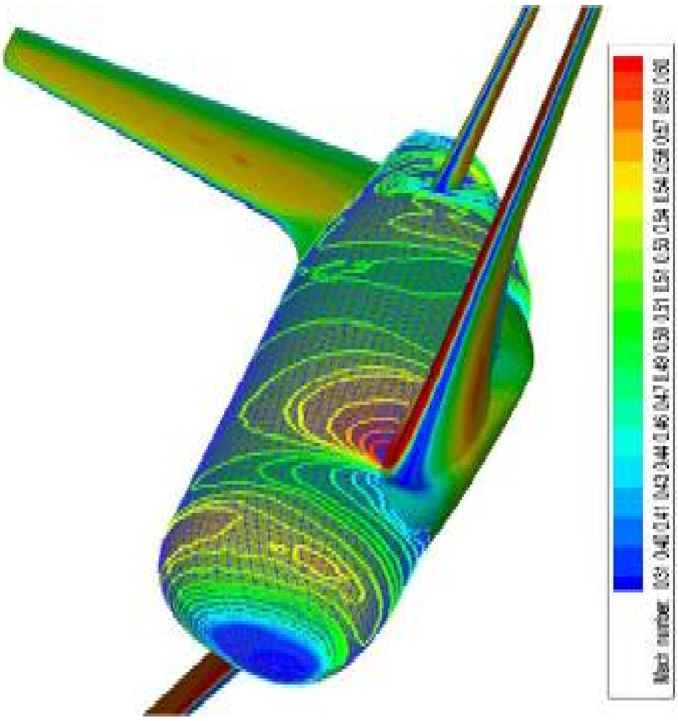
- Variaciones: Al modificar la forma de la aeronave cambia el modo en que el aire fluye en su entorno, y entonces cambia la presión y rozamiento que este ejerce sobre ella, modificando así sus propiedades arodinámicas.

Herramientas:

- Mecánica de fluidos computacional: Permite simular en el ordenador cómo fluye el aire en torno a una forma de la cavidad dada.

- Optimización: Permite construir un algoritmo iterativo que, a partir de una forma dada, la vaya mejorando paulatinamente...




Mach number

El método consiste por tanto en:

Minimizar

$$J(\Omega^*) = \min_{\Omega \in \mathcal{C}_{ad}} J(\Omega)$$

donde $\mathcal{C}_{ad}$ = es la clase formas admisibles Ω, y J = es el funcional coste (reducción de la resistencia, aumento de la sustentación, consumo de combustible,..)

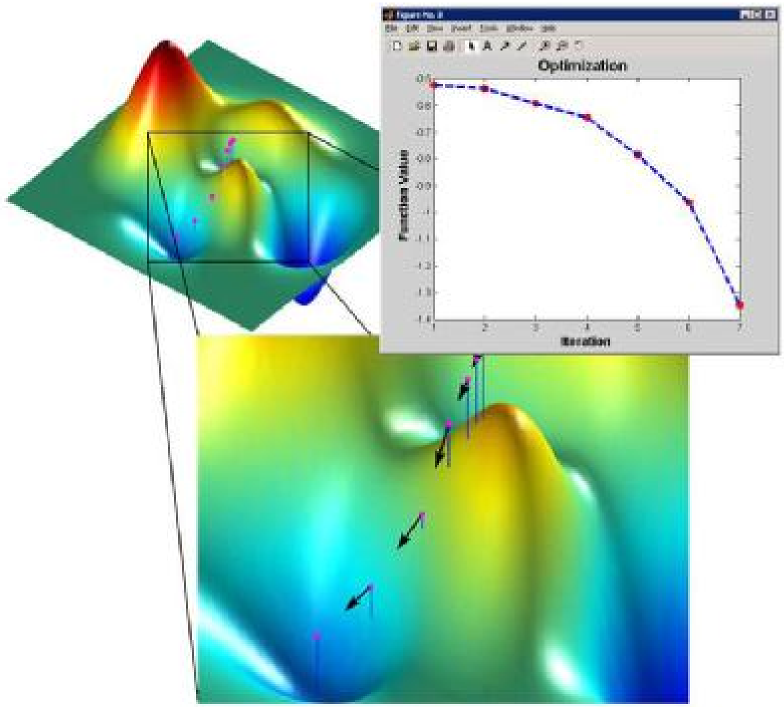
J depende de Ω a través de $u(\Omega)$, solución de un modelo de fluidos en torno a la cavidad (ecuaciones de Navier-Stokes)

Pero minimizar un funcional tan complejo como este no tiene por qué ser fácil.

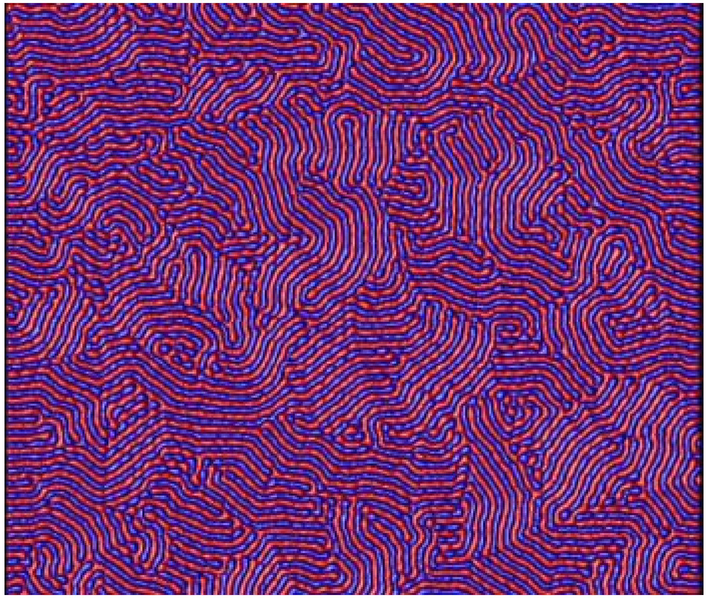
Métodos deterministas versus estocásticos.

Deterministas: Métodos gradiente.

$$u_{k+1} = u_k - \rho \nabla J(u_k).$$

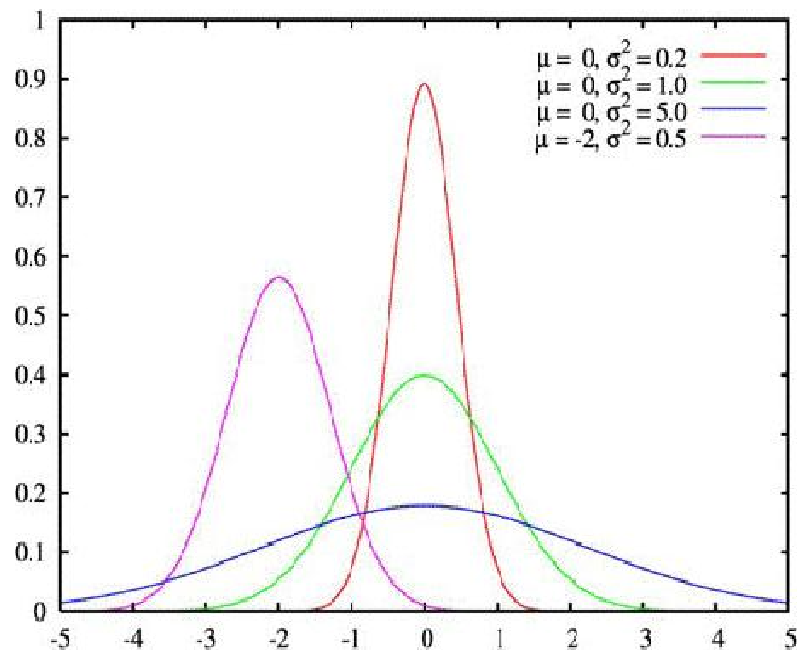


Estocásticos: Métodos Monte-Carlo.



Otras aplicaciones de la optimización: La reducción del ruido.

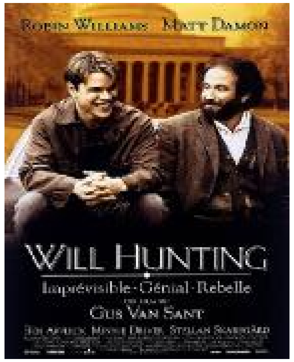
Filtros gaussianos:

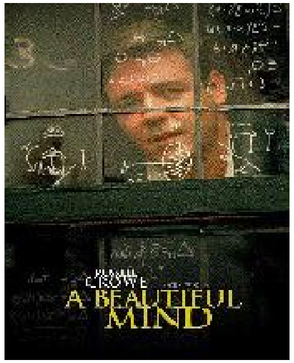


$$u(x) = [G(\cdot) \star f(\cdot)](x); \quad G(x) = (4\pi)^{-N/2} \exp(-|x|^2/4).$$

6.- MATEMÁTICAS Y LOS MEDIA

La épica de las Matemáticas:



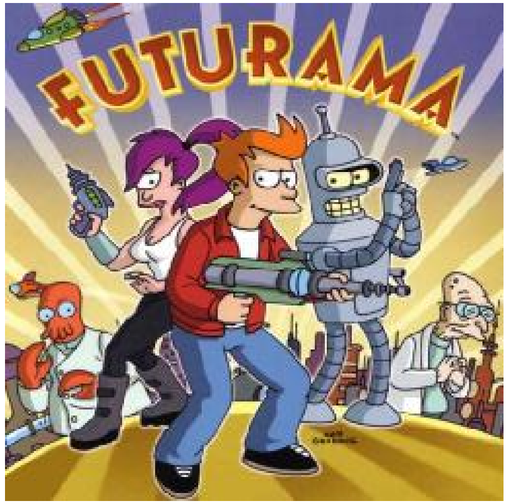


Will Hunting, La habitación de Fermat, A beautiful mind, y la serie televisiva Numb3rs.

Los efectos especiales:

Ola real versus ola creada numéricamente. ¿Cuál es cuál?

La serie FUTURAMA y la teoría de números



Entre guiños al público de culto y las Matemáticas está la constante referencia al número **1729**, el “Taxicab number”...

Una de las veces que Hardy (Godfrey Harold Hardy (1877-1947)) fue a visitar a Ramanujan (Srinivasa Aaiyangar Ramanujan (1887-1920)) al hospital cuando éste estaba muriéndose. Por hablar de algo le comentó que había venido en un taxi con un número muy aburrido.

¿Y qué número es ese?, le preguntó Ramanujan.

El 1729 le contestó Hardy.

!Pero cómo puedes decir que ese número es aburrido si es el menor entero que se puede escribir de dos maneras diferentes como suma de dos cubos!, exclamó Ramanujan.

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

El País, 17 Abril 2008

Muere a los 90 años Edward Lorenz, padre de la “teoría del caos”” .

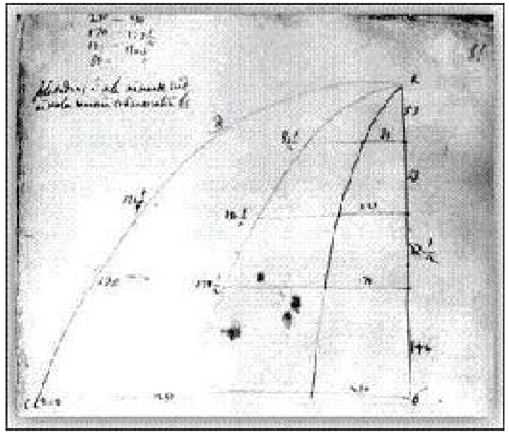
Sus conclusiones abrieron un nuevo campo de estudio en meteorología y otras ciencias.

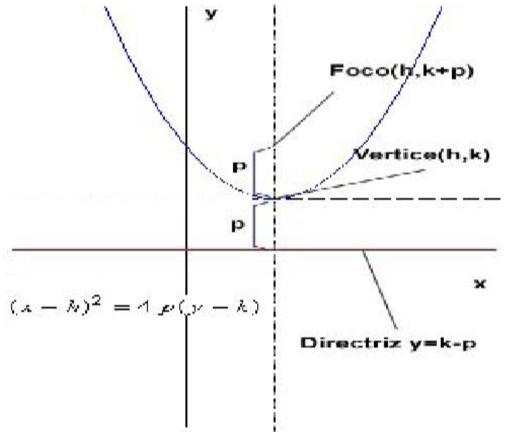
Lorenz, meteorólogo, descubrió en 1960 que pequeñas diferencias en un sistema dinámico como la atmósfera puede provocar cambios enormes. En 1972, este científico estadounidense presentó un estudio titulado: ¿Puede el aleteo de las alas de una mariposa provocar un tornado en Brasil?

$$dx/dt + \sigma(x - y) = 0, \quad dy/dt + y - rx + xz = 0, \quad dz/dt + bz - xy = 0.$$

7.- MATEMÁTICAS Y DEPORTE

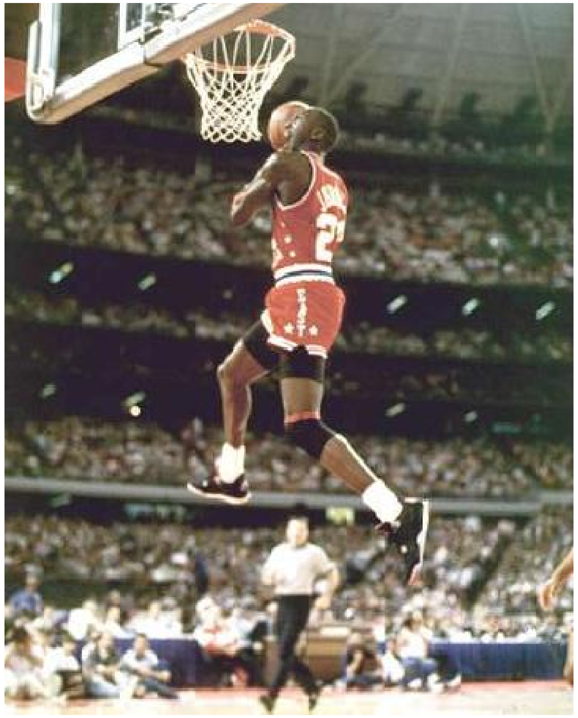
Sin duda alguna, el deporte gana constantemente en importancia en nuestras vidas: en lo que respecta a la salud, como negocio, como entretenimiento, en la política y en la gestión,...

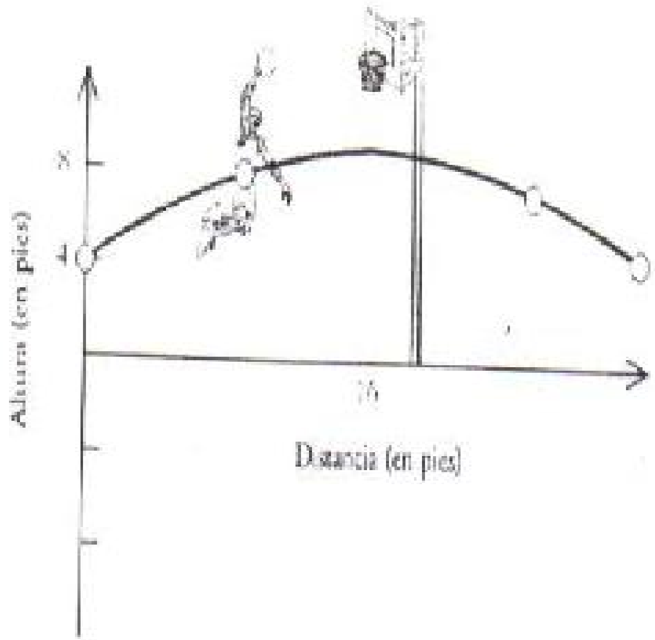




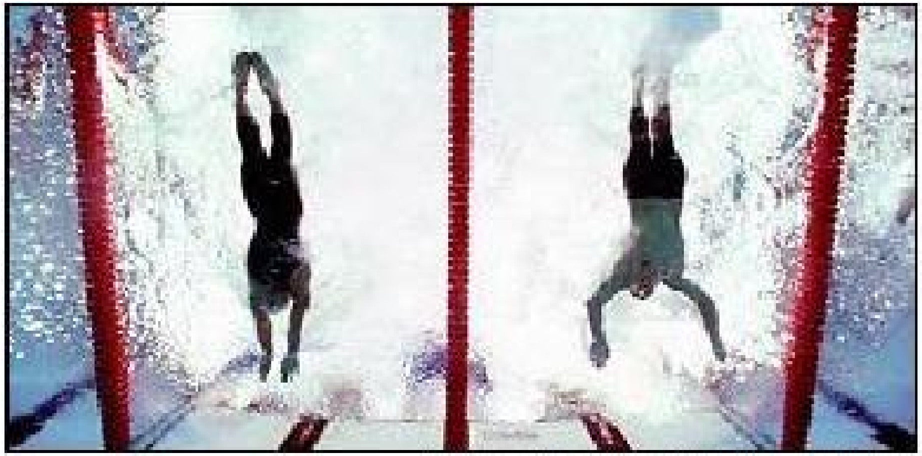
Galileo fue uno de los primeros en estudiar las trayectorias parabólicas que intervienen en balística pero también en algunos deportes como el salto con pértiga.

El vuelo de Michael Jordan.



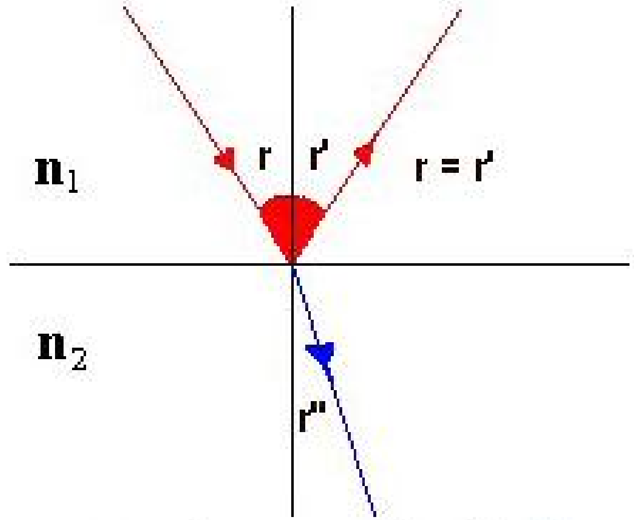


En el deporte de alta competición las matemáticas juegan también un importante papel en la medición de los resultados como en el caso de la medalla más controvertida de Phelps.



ADAM PRETTY / GETTY IMAGES

¿Refracción de la luz?



$$n_1 \sin r = n_2 \sin r''$$

Ley de Snell

Las herramientas del diseño matemático al servicio del deporte

El diseño de las instalaciones puede contribuir a los records. Es lo ocurrido en Beijing en la piscina olímpica, en el "Water Cube" con 12 records gracias a un diseño que los estimula eliminando las turbulencias gracias a varios aspectos innovadores:

* Es tres pies más profunda: se preserva así la visión del fondo pero las turbulencias se disipan sin volver a la superficie.

* Las líneas de boyas son auténticos "traga olas".

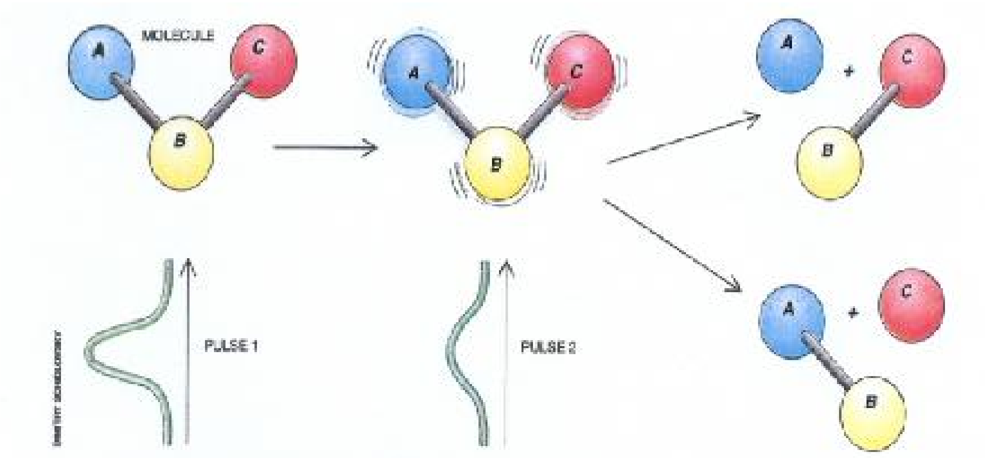
* Hay 10 pistas en lugar de las habituales 8.

* La luz está calculada para ofrecer al nadador el máximo estímulo...

8.- PERSPECTIVAS

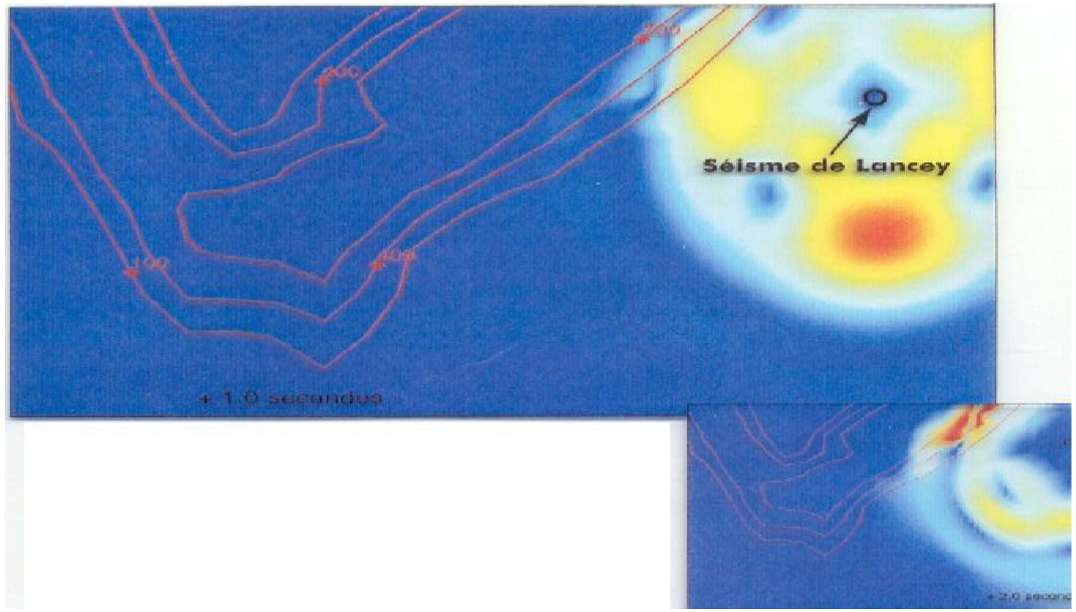
Computación y Control Cuántico. (La ecuación de Schrödinger, $iu_t = \Delta u$.)

Control Laser para diseñar configuraciones moleculares coherentes.



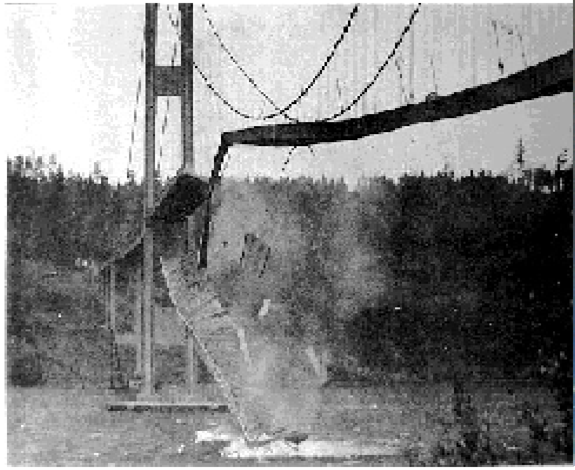
P. Brumer and M. Shapiro, Laser Control of Chemical reactions, Scientific American, March, 1995, pp.34-39.

Geociencias: $u_{tt} - \mu\Delta u - (\lambda + \mu)\nabla \mathrm{div} u = 0.$



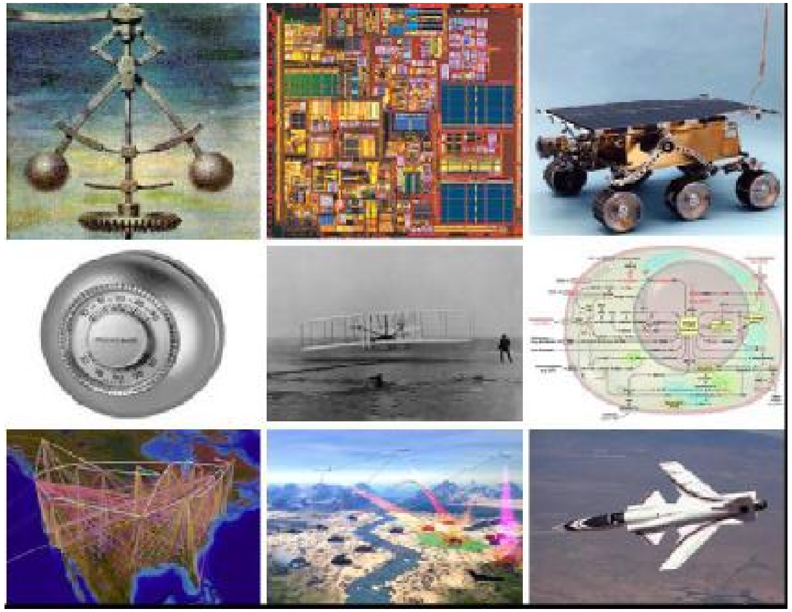
F. Cotton, P.-Y. Bard, C. Berge et D. Hatzfeld, Qu'est-ce qui fait vibrer Grenoble?, La Recherche, 320, Mai, 1999, 39-43.

Estructuras flexibles: $u_{tt} = u_{xx}$

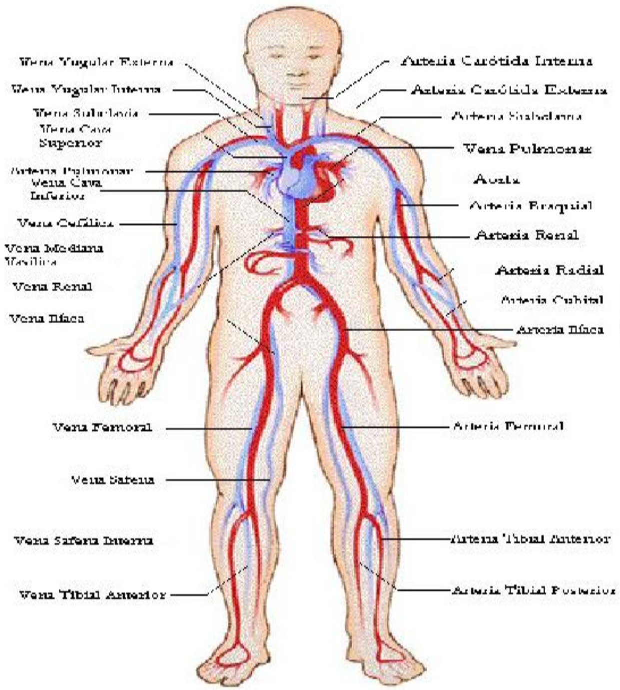
SIAM Report on "Future Directions in Control Theory. A Mathematical Perspective", W. H. Fleming et al., 1988.

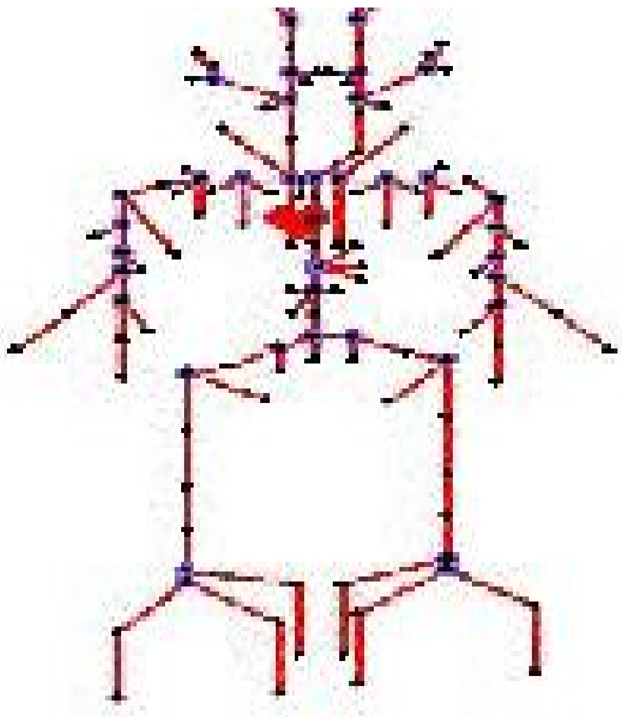
Y muchas otras...



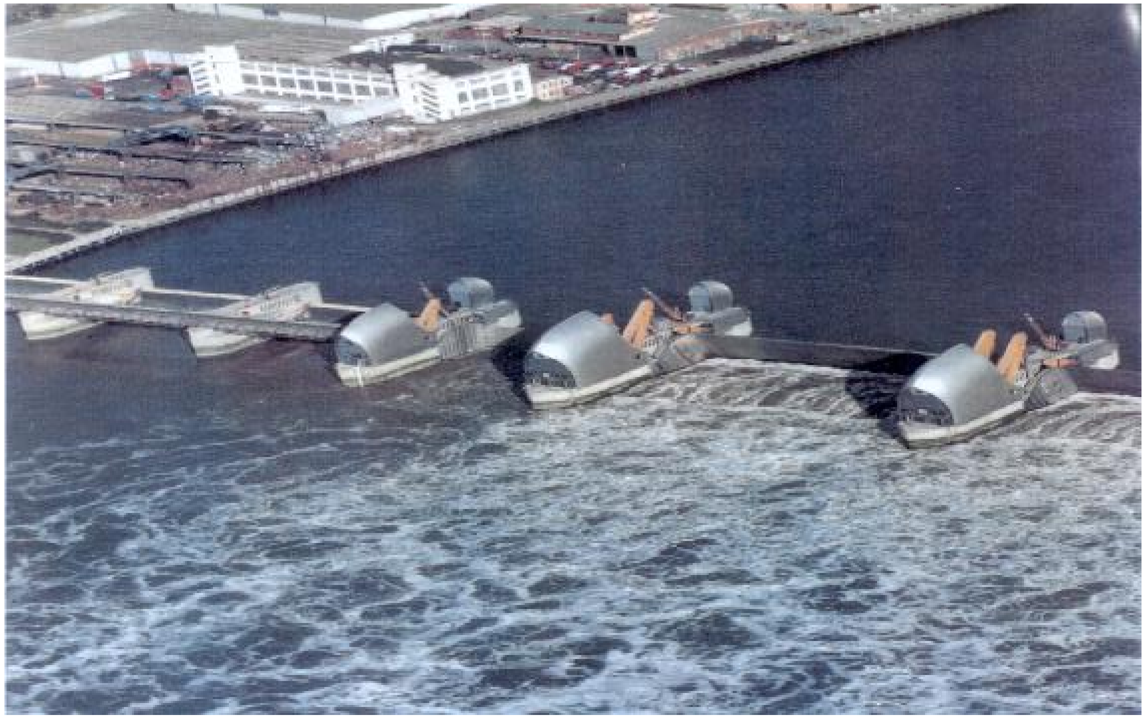
Control in an information rich World, SIAM, R. Murray Ed., 2003.

Biomedicina.





Recursos naturales, medio ambiente: Agua. (Modelos de mecánica de fluidos en medios heterogéneos)




North Atlantic Ocean
Shetland
Orkney
Outer Hebrides
Grampian Mts
Aberdeen
North Sea
Inner Hebrides
Edinburgh
Glasgow
Southern Uplands
UNITED KINGDOM
Newcastle
Middlesbrough
Pennines
Belfast
Isle of Man
Leeds
Manchester
Sheffield
Liverpool
Dublin
IRELAND
Irish Sea
Cambrian Mts
Birmingham
Norwich
Cork
London
Thames
Celtic Sea
Cardiff
Southampton
Strait of Dover
Cornwall
Plymouth
Isle of Wight
English Channel
Guernsey
Jersey
Paris

Robótica.

Las matemáticas se verán influenciadas por la creciente tendencia a la complejidad y a la multidisciplinaridad. Aumentará así la importancia deáreas de las matemáticas como:

- La matemática discreta y los grafos;

- La minería de datos;

y otros campos de investigación como las neurociencias y las ciencias sociales.

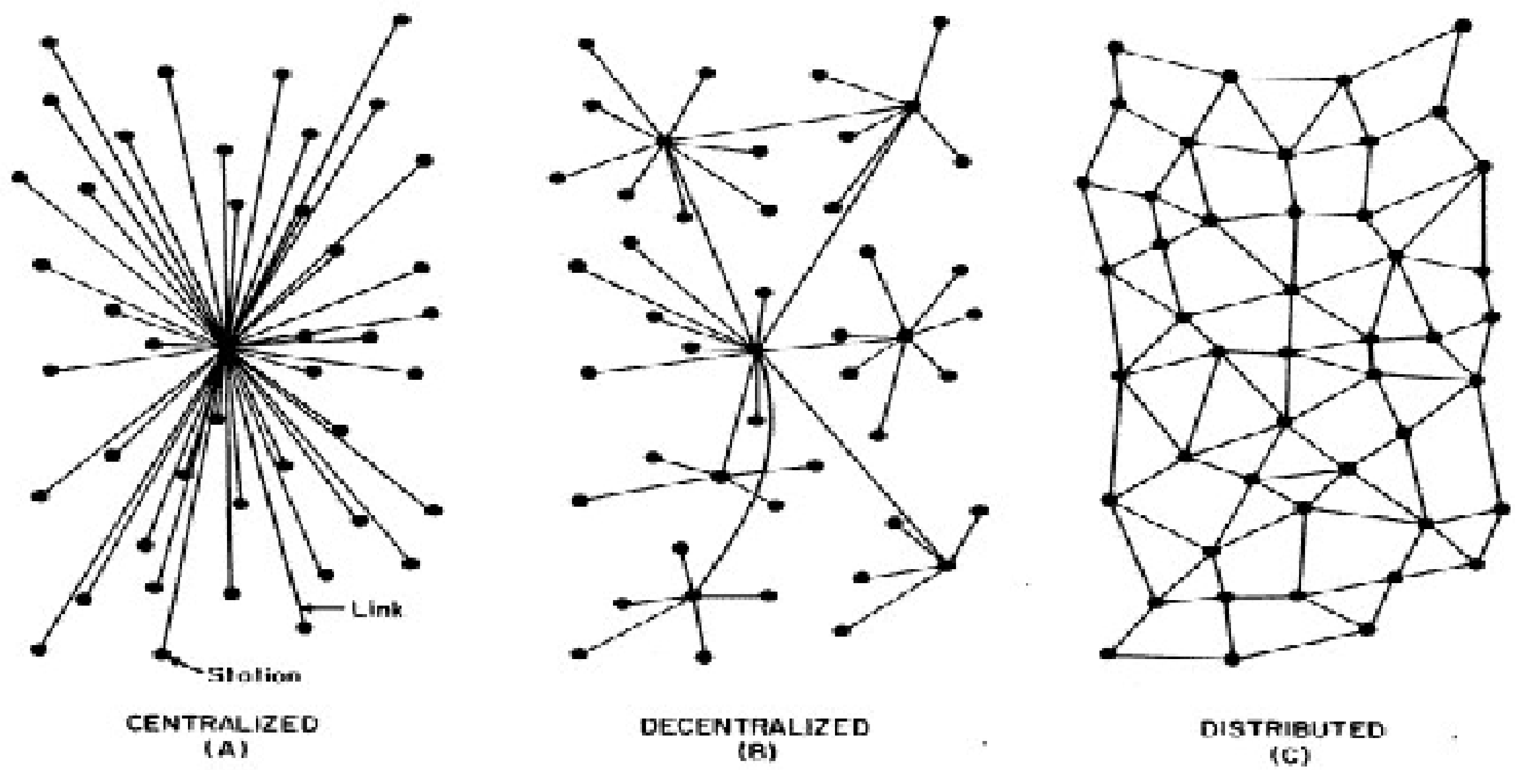
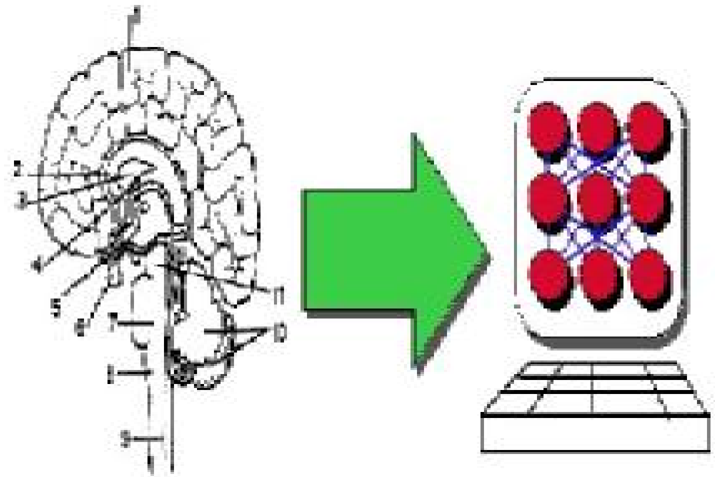


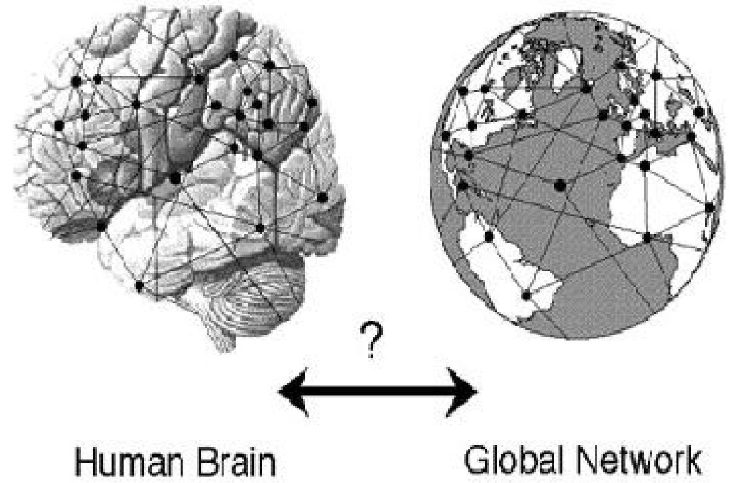
FIG. 1 — Centralized, Decentralized and Distributed Networks

Paul Erdös (1913–1996) fue un matemático húngaro inmensamente prolífico y famoso excéntrico que, con cientos de colaboradores, trabajó en problemas sobre combinatoria, teoría de grafos, teoría de números, análisis clásico, teoría de aproximación, teoría de conjuntos y probabilidad.

Habrá insospechados avances de la mano de nuevos algoritmos de computación....

Year	Development	Key early figures
263	Gaussian elimination	Liu, Lagrange, Gauss, Jacobi
1671	Newton's method	Newton, Raphson, Simpson
1795	Least-squares fitting	Gauss, Legendre
1814	Gauss quadrature	Gauss, Jacobi, Christoffel, Stieltjes
1855	Adams ODE formulas	Euler, Adams, Bashforth
1895	Runge–Kutta ODE formulas	Runge, Heun, Kutta
1910	Finite differences for PDE	Richardson, Southwell, Courant, von Neumann, Lax
1936	Floating-point arithmetic	Torres y Quevedo, Zuse, Turing
1943	Finite elements for PDE	Courant, Feng, Argyris, Clough
1946	Splines	Schoenberg, de Casteljau, Bezier, de Boor
1947	Monte Carlo simulation	Ulam, von Neumann, Metropolis
1947	Simplex algorithm	Kantorovich, Dantzig
1952	Lanczos and CG iterations	Lanczos, Hestenes, Stiefel
1952	Stiff ODE solvers	Curtiss, Hirschfelder, Dahlquist, Gear
1954	Fortran	Backus
1958	Orthogonal linear algebra	Aitken, Givens, Householder, Wilkinson, Golub
1959	Quasi-Newton iterations	Davidon, Fletcher, Powell, Broyden
1961	QR algorithm for eigenvalues	Rutishauser, Kublanovskaya, Francis, Wilkinson
1965	Fast Fourier transform	Gauss, Cooley, Tukey, Sande
1971	Spectral methods for PDE	Chebyshev, Lanczos, Clenshaw, Orszag, Gottlieb
1971	Radial basis functions	Hardy, Askey, Duchon, Micchelli
1973	Multigrid iterations	Fedorenko, Bakhvalov, Brandt, Hackbusch
1976	EISPACK, LINPACK, LAPACK	Moler, Stewart, Smith, Dongarra, Demmel, Bai
1976	Nonsymmetric Krylov iterations	Vinsome, Saad, van der Vorst, Sorensen
1977	Preconditioned matrix iterations	van der Vorst, Meijerink
1977	MATLAB	Moler
1977	IEEE arithmetic	Kahan
1982	Wavelets	Morlet, Grossmann, Meyer, Daubechies
1984	interior-point methods	Fiacco, McCormick, Karmarkar, Megiddo
1987	Fast multipole method	Rokhlin, Greengard
1991	Automatic differentiation	Iri, Bischof, Carle, Griewank




?
Human Brain
Global Network

El genio es un uno por ciento de inspiración, y un noventa y nueve por ciento de transpiración.

Thomas Alva Edison (1847–1931)

Not everything that can be counted counts, and not everything that counts can be counted.

Albert Einstein (1879–1955)

Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano....

Isaac Newton